



دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا

امتحانات: پایانی اول

تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۱۰/۱۱

مدت زمان: ۱۲۰ دقیقه

تعداد صفحات: ۴

دبیرستان نمونه دولتی ابوعلی سینا متوسطه دوم

رشته: ریاضی/تجربی

پایه: دهم

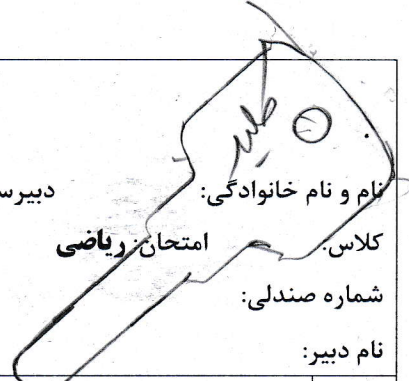
امتحان: ریاضی

نام و نام خانوادگی:

کلاس:

شماره صندلی:

نام دبیر:



ردیف	فرزندان خوبم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	بارم
۱	اگر $\left(-\infty, \frac{m-1}{2}\right] \cap \left[\frac{2m+1}{3}, +\infty\right) = \{a\}$ باشد، حاصل $m+a$ را بیابید.	۰/۷۵
۲	فرض کنید $A = (-2, 7)$ و $B = (0, 8)$ و $C = (-7, 4)$ مجموعه‌ی $A - (B - C)$ را به صورت یک بازه بنویسید.	۱
۳	اگر U مجموعه مرجع و A و B دو زیر مجموعه‌ی آن باشند و $n(U) = 200$ و $n(A) = 50$ و $n(B) = 130$ و $n(A \cap B) = 30$ مطلوب است:	۰/۷۵
۴	برای دنباله درجه‌ی دو زیر، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله عمومی دنباله را بیابید.	۱
۵	اگر اعداد ۴ و $m-1$ و $2m$ و $m+4$ به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله حسابی باشند چندمین جمله این دنباله برابر ۸۰۲ است؟	۱

$$\frac{2m+1}{3} = \frac{m-1}{2} = a \Rightarrow 2m+2 = 3m-3 \Rightarrow m = -5$$

$$\frac{-5-1}{2} = a \Rightarrow -3 = a$$

$$\rightarrow m+a = -8$$

$$B-C = [4, 8)$$

$$A-(B-C) = (-2, 7) - [4, 8) = (-2, 4)$$

$$n(A \cup B) = 50 + 130 - 30 = 150$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = 200 - 150 = 50$$

برای دنباله درجه‌ی دو زیر، یک الگوی هندسی نظیر کنید و به کمک آن جمله عمومی دنباله را بیابید.

۵، ۸، ۱۳، ۲۰، ۲۹، ...

$$\begin{matrix} 5 & 8 & 13 & 20 & 29 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 3 & 5 & 7 & 9 & 11 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow a=1 \rightarrow an^2+bn+c=n^2+bn+c$$

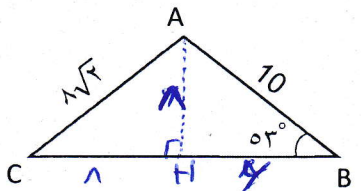
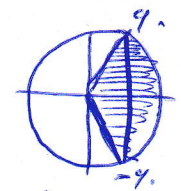
$$\begin{cases} 1+b+c=8 \\ 4+2b+c=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+b+c=8 \\ 3+b=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=5 \end{cases}$$

$$a_n = n^2 + 2n + 5$$

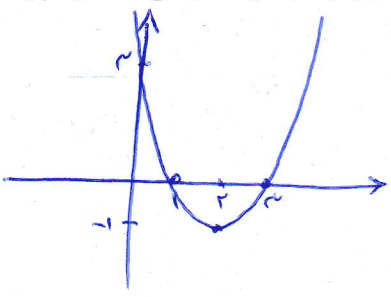
$$4m-2 = 2m+2+2 \Rightarrow 2m=8 \Rightarrow m=4$$

$$5, 8, 13, 20, 29, \dots \rightarrow a_n = 802 \Rightarrow 5 + (n-1) \times 5 = 802 \rightarrow$$

$$5 + 5n - 5 = 802 \rightarrow 5n = 802 \rightarrow n = 160.4 \rightarrow n = 161$$

۶	جمله‌ی هفتم یک دنباله هندسی ۲۷ برابر جمله چهارم آن است، جمله سیزدهم آن چند برابر جمله نهم است؟ $a_r = r v a_9 \Rightarrow a_1 q^r = r v a_1 q^9 \rightarrow q^r = r v \rightarrow \boxed{q = r}$ $\frac{a_{17}}{a_9} = \frac{a_1 q^{17}}{a_1 q^9} = q^8 = \boxed{1}$	۶
۱/۲۵	مساحت شکل مقابل را بدست آورید. $\sin 53^\circ \approx 0.8$  $\cos 53^\circ = \frac{BH}{10} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{BH}{10} \Rightarrow BH = 8$ $AH^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \rightarrow AH = 6$ $CH^2 = (10)^2 - 6^2 = 64 \rightarrow CH = 8$ $S_{ABC} = \frac{1 \times 14}{2} = \boxed{24}$	۷
۱/۲۵	اگر $\tan \alpha = -\frac{2}{3}$ و α در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، سایر نسبت‌های مثلثاتی را بدست آورید. $\boxed{\cot \alpha = -\frac{3}{2}}$ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow$ $\cos^2 \alpha = \frac{9}{13} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\text{در ناحیه ۴}} \cos \alpha = + \frac{3\sqrt{13}}{13}$ $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{13} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{4}{13} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{2}{\sqrt{13}} \xrightarrow{\text{در ناحیه ۴}} \sin \alpha = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$	۸
۰/۷۵	تساوی مقابل را ثابت کنید. $\frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} \times \cot^2 \alpha = 1$ $\text{دلیل: } \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} \times \cot^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} \times \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1$ = طرفین	۹
۱	اگر $-30^\circ < \alpha < 30^\circ$، حدود m را چنان بیابید که $\cos 2\alpha = \frac{r^{m-1}}{r}$ باشد. $-30^\circ < \alpha < 30^\circ \rightarrow -60^\circ < 2\alpha < 60^\circ \Rightarrow$  $\frac{1}{2} < \cos 2\alpha \leq 1 \Rightarrow$ $\frac{1}{2} < \frac{r^{m-1}}{r} \leq 1 \xrightarrow{\times r} \frac{r}{2} < r^{m-1} \leq r \Rightarrow \frac{1}{2} < r^m \leq r \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} < m \leq 2}$	۱۰

۱	اگر $\tan 10.8^\circ \approx -3$ باشد معادله خط $\bar{L}$ را بدست آورید.	۱۱
۲/۲۵	حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید. $\sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \times \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(\sqrt{3}-1)^2} \times \sqrt[4]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[4]{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})} = \sqrt[4]{16-12} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2}$ $\sqrt[5]{3\sqrt{3\sqrt{3}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{3}{2}} \sqrt{3}} = \sqrt[5]{3^{\frac{7}{2}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{14}{4}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{7}{2}}} = \sqrt[10]{3^7} = \sqrt[10]{3^2 \cdot 3^5} = \sqrt[10]{9 \cdot 243} = \sqrt[10]{243 \cdot 9}$ $16^{\frac{5}{4}} \div (0.125)^{-\frac{3}{4}} = 2^5 \div \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-\frac{3}{4}} = 2^5 \div \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-\frac{3}{4}} = 2^5 \div 2^{\frac{9}{4}} = 2^{5-\frac{9}{4}} = 2^{\frac{11}{4}} = \sqrt[4]{2^{11}} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 2^3} = 2^2 \sqrt[4]{8} = 4\sqrt[4]{8}$	۱۲
۱/۲۵	الف) عبارت مقابل را تجزیه کنید. $1) a^3 - 2ab + a^2b - 2b^2 = a^2(a+b) - 2b(a+b) = (a+b)(a^2-2b)$ $2) 2x^2 + 3x - 2 = (2x-1)(x+2)$ ب) مخرج کسر زیر را گویا کنید. $\frac{1}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{9}} \times \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6}} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6}}{4 + 6} = \frac{\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6}}{10}$	۱۳
۱	سوالات زیر را به روش خواسته شده حل کنید. ۹x² + ۳x - ۲ = ۰ (روش مربع کامل) $x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{9} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \Rightarrow \left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{2}{9} \Rightarrow x + \frac{1}{6} = \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$ روش فرمول کلی $\Delta x(x-1) = 2x+1 \Rightarrow \Delta x^2 - \Delta x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 + 4 = 53 > 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{53}}{2}$	۱۴

۱	۱۵ مقدار m را چنان بیابید که معادله $x^2 + (m+2)x + 2m = 0$ دارای یک ریشه مضاعف باشد. $\Delta = 0 \rightarrow (m+2)^2 - 4(2m) = 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 8m = 0 \rightarrow$ $m^2 - 4m + 4 = 0 \rightarrow (m-2)^2 = 0 \rightarrow \boxed{m=2}$	۱۵
۱	۱۶ سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + 3$ را رسم کنید. سهمی ما کسیم یا مینیم دارد؟ مقدار آن چقدر می باشد. $-\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ مینیم دارد $\boxed{MIN = -1}$ 	۱۶
۱	۱۷ معادله سهمی را بنویسید که محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۱- و محور طول ها را در نقاطی به طول ۱ و ۲ قطع کند. $c = -1$ $x_1 = 1, x_2 = 2 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{1+2}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{b = -3a}$ $y = ax^2 + bx + c \rightarrow y = ax^2 - 3ax - 1 \xrightarrow{(1,0)} 0 = a - 3a - 1$ $\rightarrow 2a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1}$	۱۷
۲۰	نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ	